



(ویژه کلاس های مجازی)

مقاومت مصالح (۱)- تمرینات تکمیلی فصل چهارم: خمش خالص

مدرس: دکتر علیرضا امامی (هیئت علمی دانشگاه آزاد- واحد اصفهان)

کاربرد مفهوم درجهل مسئله (۴.۱)

مطابق شکل یک تیر فولادی با مقطع مستطیل به ابعاد 0.8×2.5 in. تحت خمش خالص درون محدوده قرار می گیرد. مطلوب است که به نسبت خمشی در حالت تسلیم، فرض کنید $\sigma_y = 36$ ksi است.

حل مسئله:

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{0.8 \times 2.5^3}{12} = 1.042 \text{ in.}^4$$

$$c = \frac{h}{2} = \frac{2.5}{2} = 1.25$$

$$\sigma_m = \frac{Mc}{I} = \sigma_y \Rightarrow M = \sigma_y \frac{I}{c}$$

$$M = \frac{36 \times 1.042}{1.25} \Rightarrow M = 30 \text{ kip} \cdot \text{in.}$$

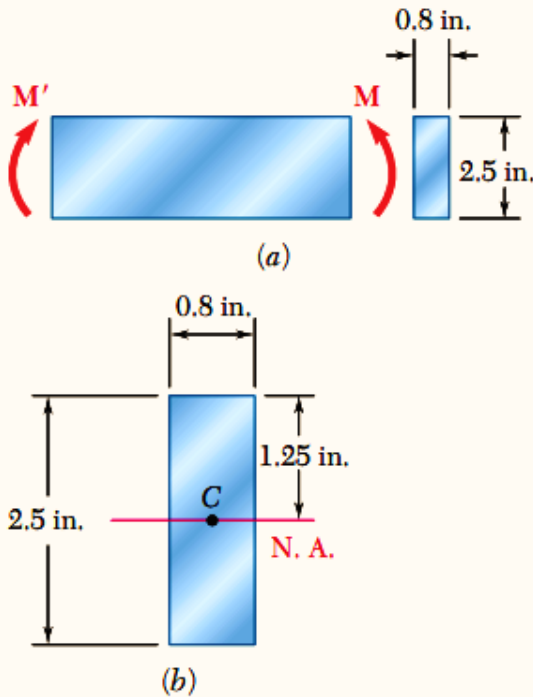


Fig. 4.14 (a) Bar of rectangular cross-section in pure bending. (b) Centroid and dimensions of cross section.



مقاومت مصالح (۱) - تمرینات تکمیلی فصل چهارم: خمش خالص (ویژه کلاس های مجازی)

مدرس: دکتر علیرضا امامی (هیئت علمی دانشگاه آزاد - واحد اصفهان)

کاربر مفهومی در حل مسئله (۴.۲)

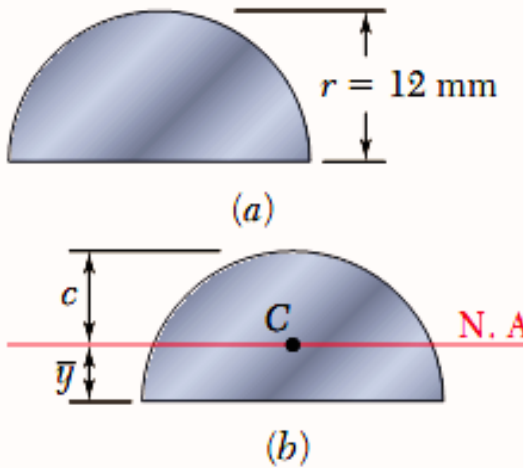


Fig. 4.15 (a) Semi-circular section of rod in pure bending. (b) Centroid and neutral axis of cross section.

کتاب صلب آکوستیک با مقطع نیم دایره به شعاع $r = 12 \text{ mm}$
به شکل مکانی از دایره به شعاع $\rho = 2.5 \text{ m}$ خم می شود. بانرض
کسیه وجه صاف نیم دایره به سمت مرکز لمان به طرف داخل خم
شود، مکانی مهم تنش کششی و فشاری در صلب را می بینیم.
 $E = 70 \text{ GPa}$ $\bar{y} = \frac{4r}{3\pi}$

حل مسئله ابتدا مکانی مهم کرنش عمودی (ϵ_m) را بدست آورده

و سپس با استفاده از قانون هوک می توان مکانی مهم تنش را می بینیم.

$$\bar{y} = \frac{4r}{3\pi} = \frac{4(12)}{3\pi} = 5.093 \text{ mm}$$

$$c = r - \bar{y} = 12 - 5.093 = 6.907 \text{ mm}$$

$$\epsilon_m = \frac{c}{\rho} = \frac{6.907 \text{ (mm)}}{2.5 \times 10^3 \text{ (mm)}} = 2.763 \times 10^{-3}$$

$$\sigma_m = E \epsilon_m = 70 \times 10^3 \text{ (MPa)} \times 2.763 \times 10^{-3}$$

$$\sigma_m = 193.4 \text{ MPa}$$

وجه خمیده نیم دایره را به بیرون دایره قرار گرفته و تحت کشش قرار می گیرد پس $\sigma_m > 0$ ✓

وجه صاف نیم دایره به سمت مرکز لمان قرار گرفته است و تحت فشار قرار می گیرد پس $\sigma_{comp} < 0$

$$\epsilon_x = -\frac{y}{\rho} \epsilon_m = -\frac{\bar{y}}{\rho} \epsilon_m = \frac{-5.093}{2.5 \times 10^3} \times 2.763 \times 10^{-3}$$

$$\frac{\sigma_{comp}}{\sigma_m} = -\frac{y}{c} \Rightarrow \sigma_{comp} = -\frac{5.093}{6.907} \times 193.4$$

$$\Rightarrow \sigma_{comp} = -142.6 \text{ MPa}$$



مقاومت مصالح (۱) - تمرینات تکمیلی فصل چهارم: خمش خالص (ویژه کلاس های مجازی)

مدرس: دکتر علیرضا امامی (هیئت علمی دانشگاه آزاد - واحد اصفهان)

مثال نمونه (۱.۲)

مقطع تیر مثال به صورت جعبه ای است راز آکباز اگر بخواهیم

با تنش تسلیم $\sigma_y = 40 \text{ ksi}$: تنش های $\sigma_u = 60 \text{ ksi}$

مدول الاستیسیته $E = 10.1 \times 10^6 \text{ psi}$ ساخته شده است.

مطلوب است: (a) محاسبه تناور ضعیف ماکزیمم باز من

ضریب اطیحا (b) 3.00) شعاع انحناء مقطع

استدلالی حل مسئله: با استفاده از ضریب اطیحا می توان

تنش مجاز را تعیین کرد و بر اساس تنش مجاز می توان ابتدا

نسبت ماکزیمم و سپس شعاع انحناء را محاسبه نمود.

نسبت ممان انیروسی: مقطع جعبه ای می تواند به صورت تفاوت

بین دو مقطع مستطیل شکل تعریف شود. برای ممان انیروسی

$$I = \frac{1}{12} 3.25 \times 5^3 - \frac{1}{12} 2.75 \times 4.5^3$$

$$I = 12.97 \text{ in.}^4$$

$$\sigma_{all} = \frac{\sigma_u}{F.S.} = \frac{60}{3} = 20 \text{ ksi}$$

از آنجا که $\sigma_{all} < \sigma_y$ جعبه در محدوده رفتار الاستیک باقی

خواهد ماند

$$\sigma_{all} = \frac{M c}{I} \Rightarrow 20 = \frac{M \times (5/2)}{12.97} \Rightarrow M = 103.8 \text{ kip. in.}$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} = \frac{103.8 \times 10^3 (\text{lb. in.})}{10.1 \times 10^6 (\text{psi}) \times 12.97 (\text{in.}^4)} = 0.755 \times 10^{-3} \frac{1}{\text{in.}}$$

$$\Rightarrow \rho = 1325 \text{ in.} = 110 \text{ ft}$$

(a) انتی ضعیف ماکزیمم

(b) شعاع انحناء مقطع

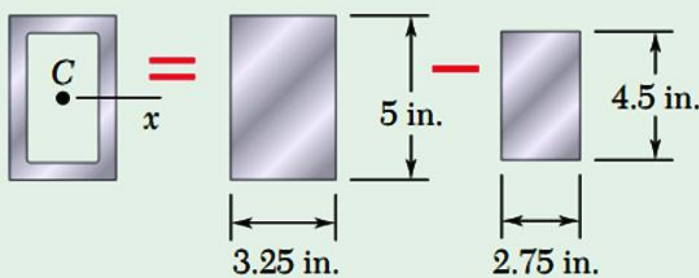
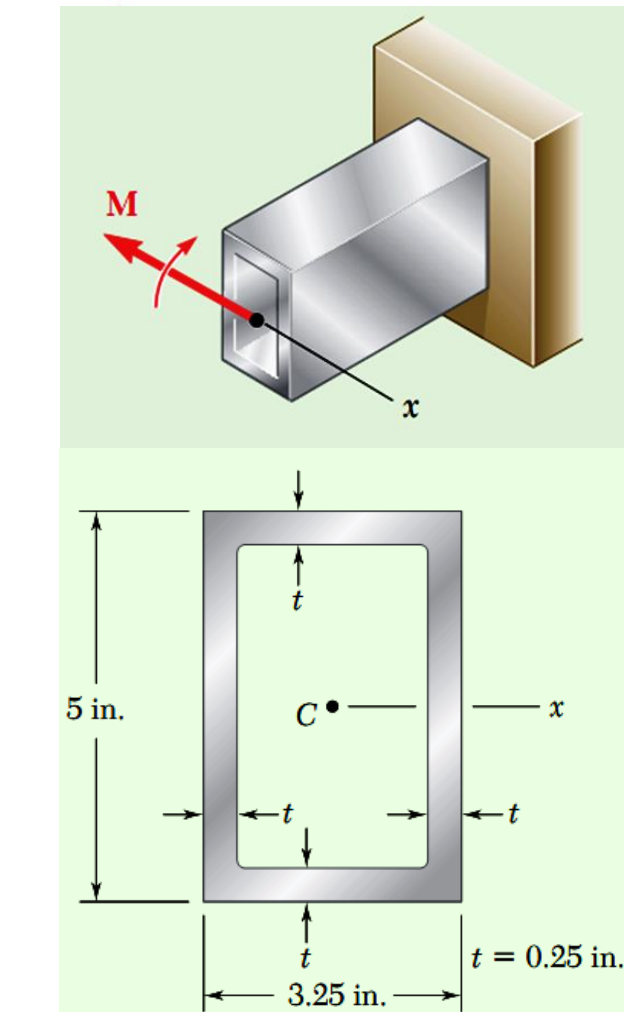


Fig. 1 Superposition for calculating moment of inertia.



مقاومت مصالح (۱)- تمرینات تکمیلی فصل چهارم: خمش خالص (ویژه کلاس های مجازی)

مدرس: دکتر علیرضا امامی (هیئت علمی دانشگاه آزاد- واحد اصفهان)

نکته: برای پاسخ به سؤالات می توان از قانون هُک نیز استفاده کرد؛ با توجه به اینکه تنش مجاز $\sigma_m = \sigma_{all} = 20 \text{ ksi}$ است ابتدا حالتی نیم کرنش محسوس را محاسبه می کنیم:

$$\sigma_m = E \epsilon_m \Rightarrow 20 \times 10^3 (\text{psi}) = 10.6 \times 10^6 (\text{psi}) \times \epsilon_m$$

$$\Rightarrow \epsilon_m = 1.887 \times 10^{-3} \text{ (in./in.)}$$

$$\epsilon_m = \frac{e}{\rho} \Rightarrow 1.887 \times 10^{-3} = \frac{(5/2)}{\rho}$$

و از طرفی برای ϵ_m داریم:

$$\Rightarrow \rho = 1325 \text{ in.} = 110 \text{ ft}$$

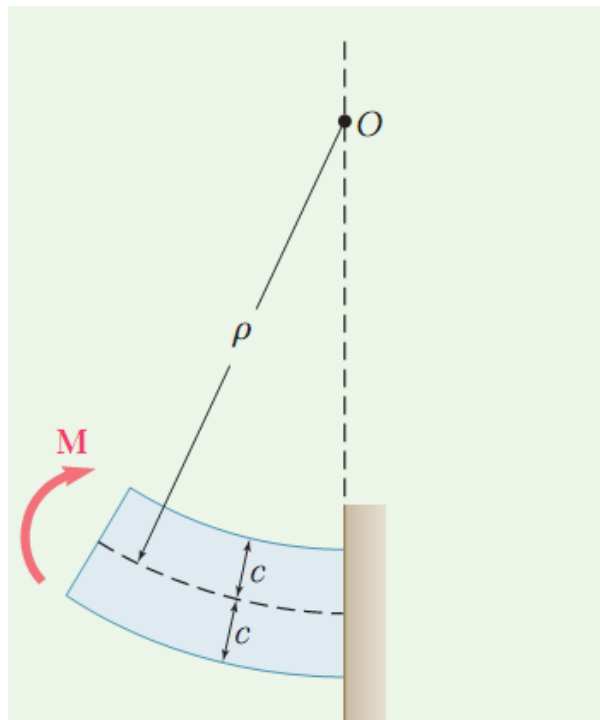
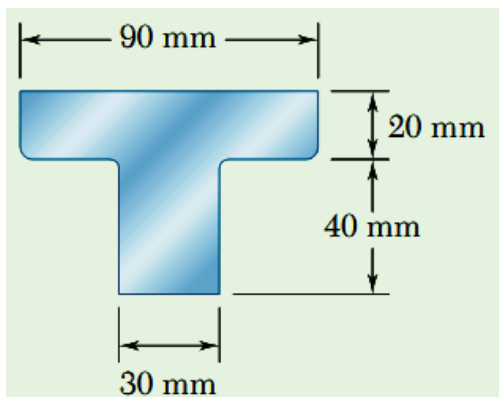
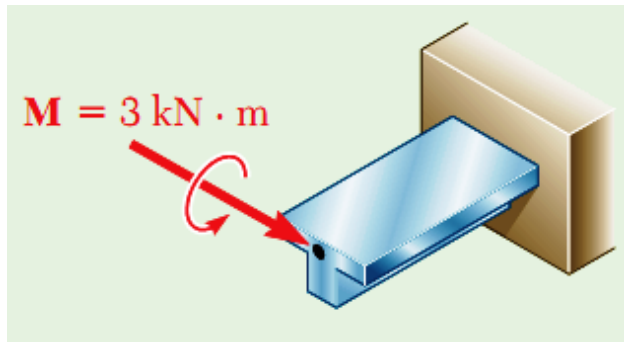


Fig. 2 Deformed shape of beam.



مقاومت مصالح (۱) - تمرینات تکمیلی فصل چهارم: خمش خالص (ویژه کلاس های مجازی)

مدرس: دکتر علیرضا امامی (هیئت علمی دانشگاه آزاد-واحد اصفهان)



مثال عود (۲.۲)
مثالی مثل یک مقطع T شکل جبری تحت گشتاور خمشی
م = 3 kN.m قرار می گیرد. در مدل الاستیک-چدن
است. $E = 165 \text{ GPa}$ (۹۰ ماکزیم تنش کششی رفتاری
را مطابق سید p) شعاع انحنای مقطع را حساب کنید.

استراتی حل مسئله: همان استراتی برای I باید
یاد بگیرد. بنابراین لازم است ابتدا مشخصات
تأخرش را مشخص کنیم که از مرکزوار سطح ردی شود.
سپس می توان تنش خمشی و شعاع انحنای را بیابیم.

مطابق روشی که مرکزوار سطح.

Area	A_i	$\bar{y}$	$A_i \bar{y}_i$
	$(90 \times 20) = 1800$	50	90000
	$(30 \times 40) = 1200$	20	24000
Σ	3000		114000

$$\bar{y} = \frac{\Sigma A_i \bar{y}_i}{\Sigma A_i} = \frac{114 \times 10^3}{3 \times 10^3} = 38 \text{ mm}$$

حساب همان استراتی حول محور جبری

Area	A_i	$(dy)_i$	$(A dy)_i^2$	$\bar{I}_i = \frac{bh^3}{12}$
	1800	$38 - 50 = -12$	259200	60000
	1200	$38 - 20 = 18$	388800	160000
Σ			648000	220000

$$I = \Sigma \bar{I}_i + A dy^2 = 220000 + 648000$$

$$I = 868 \times 10^3 \text{ mm}^4$$

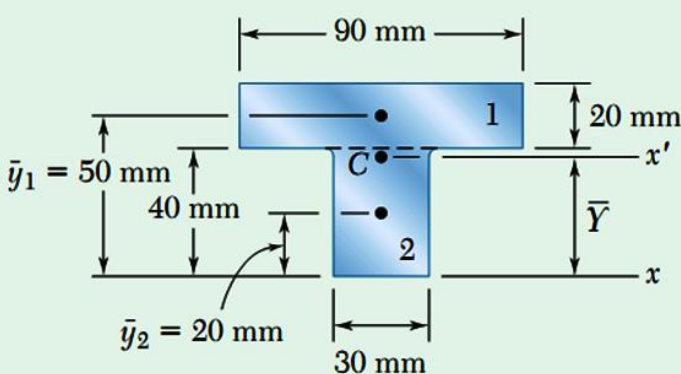


Fig. 1 Composite areas for calculating centroid.



مقاومت مصالح (۱)- تمرینات تکمیلی فصل چهارم: خمش خالص (ویژه کلاس های مجازی)

مدرس: دکتر علیرضا امامی (هیئت علمی دانشگاه آزاد- واحد اصفهان)

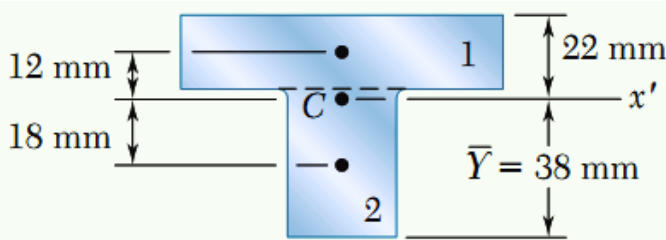


Fig. 2 Composite areas for calculating moment of inertia.

مصابه: ماکزیم تنش کششی - با توجه به این که جهت لنگر
حنسی منفی است، باین مقطع در فشار و باطنی تارشی
درکشش قرار می گیرد بنابراین در نقطه A بیشترین
تنش کششی در B بیشترین تنش فشرشی ارائه
خواهد افتاد.

$$\sigma_A = + \frac{M c_A}{I} \quad \text{و} \quad \sigma_B = - \frac{M c_B}{I}$$

$$c_B = 38 = \bar{Y} \quad \text{و} \quad c_A = 40 + 20 - 38 = 22 \text{ mm}$$

$$\sigma_A = \frac{3 \times 10^6 (\text{N} \cdot \text{mm}) \times 22}{868 \times 10^3} = 76.0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_B = - \frac{3 \times 10^6 (\text{N} \cdot \text{mm}) \times 38}{868 \times 10^3} = -131.3 \text{ MPa}$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \quad \text{مصابه: شعاع انحناء}$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{3 \times 10^6 (\text{N} \cdot \text{mm})}{165 \times 10^3 (\text{MPa}) \times 868 \times 10^3 (\text{mm}^4)}$$

$$\frac{1}{\rho} = 20.95 \times 10^{-8} \frac{1}{\text{mm}}$$

$$\Rightarrow \rho = 47740 \text{ mm} = 47.7 \text{ m}$$

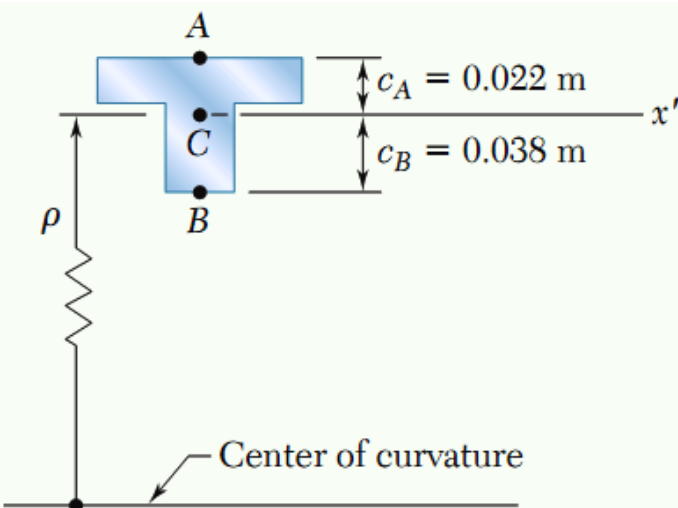


Fig. 3 Radius of curvature is measured to the centroid of the cross section.